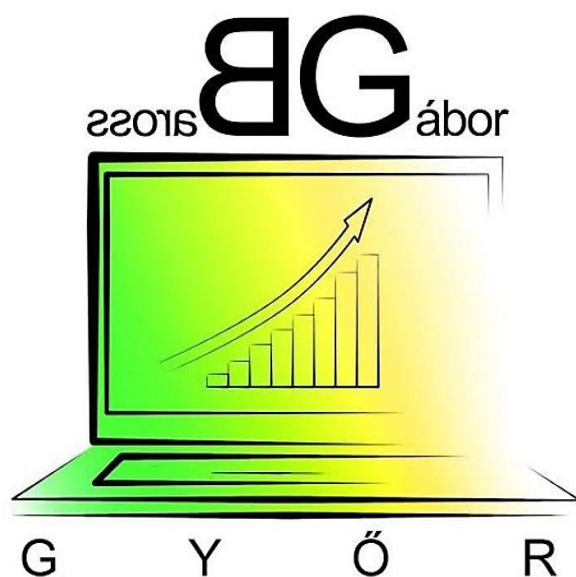


HELYI TANTERV



GAZDASÁGI SZÁMÍTÁSOK
MATEMATIKAI ALAPJAI

13. C

ÓRASZÁMOK:

Évfolyam	13.
Óraszám	62

CÉLOK ÉS FELADATOK

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább **ki tudják választani, és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez és a választott szakmájukhoz illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat** (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, **a közgazdaságtudományokban**, és a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a **közgazdaságtan**, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve **a választott szakma ismeretanyagának** tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldanak meg önállóan feladatokat, aktívan részt vesznek a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás

folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. **A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában.** Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. **Kiemelt szerepet szánunk azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezetjük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő, gyűjtőjárdék stb.** Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutatunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. A gazdasági számítások matematikai alapjai tantárgyból megszerzett tudás az egyetemi gazdasági ismeretek alapjait biztosítja, ugyanakkor a hétköznapi élet pénzügyi és gazdasági folyamataiban való eligazodást is segíti, ezáltal a matematikához való pozitív hozzáállást is nagyban segítheti a matematika tartalmú gazdasági problémák megoldása.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény

felkeltése, a bizonyítási módszerek példákon való bemutatása, a logikai levezetés szükségességének megértése, valamint a gazdasági folyamatok összefüggéseinek megértése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást és a gazdasági számításokat igénylő példákkal motiválhatók.

A Gazdasági számítások matematikai alapjai tantárgy tananyaga a további lehetőségeket nyújtja:

- *az emelt matematika érettségi teljesítése a korábban letett középszintű érettségi után,*
- *az egyetemi tanulmányok során elengedhetetlen gazdasági számítások megalapozása,*
- *a hétköznapi életben alkalmazható gazdasági és pénzügyi ismeretek stabil alkalmazása révén tanulóink helytállása az életben.*

13. C OSZTÁLY

Tematikai egység címe	órakeret
1. Matematikai logika, halmazok	6 óra
2. Számelmélet, algebra	8 óra
3. Exponenciális és logaritmus	6 óra
4. Sorozatok, pénzügyi számítások, határérték	8 óra
5. Függvény fogalma, függvény tulajdonságok, határérték	5 óra
6. Differenciálszámítás	7 óra
7. Integrálszámítás alapjai	4 óra
8. Rendszerező összefoglalás	13 óra
9. Szóbeli témakörök	5 óra
Az összes óraszám	62 óra

Tematikai egység / Fejlesztési cél	Matematikai logika, halmazok		Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével.</p> <p>Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése</p> <p>következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok. Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>	

Tematikai egység / Fejlesztési cél		Számelmélet, algebra	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztésének követelményei. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).</p> <p>Első, illetve másodfokúra visszavezethető, reciprok és szimmetrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése. Paraméteres egyenletek vizsgálata.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskussziós képesség fejlesztése.	Gyakorlati alkalmazásokra vezető szöveges feladatok.	
Magasabb fokú egyenletek: - másodfokúra visszavezethető; - reciprok; - szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.		
Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.		
Összetett gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Algebrai átalakítások biztos elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.		
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.		
Másodfokú egyenletrendszerek.			
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével. (Értelmezési tartomány,	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.		

értékkészlet vizsgálata, monotonitás ...)		
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$ illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok. Konverzió számrendszerek között.	A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása újfajta problémamegoldást igénylő szituációban.	
Nevezetes közepek és a közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén. Számítási és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában.	A nevezetes közepek gyakorlati megjelenése. (Pl. átlagsebesség, átlagos kamat, átlagterület.)
n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia elv alkalmazása.	
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határérték fogalmának felhasználása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	

Tematikai egység / Fejlesztési cél		Exponenciális és logaritmus	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztésének követelményei. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).</p> <p>Első, illetve másodfokúra visszavezethető, reciproka, szimmetrikus, exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése. Paraméteres egyenletek vizsgálata.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Fizika, kémia: radioaktivitás. Földrajz, biológia: globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	
A logaritmus értelmezése.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Életvitel és gyakorlat: zajszennyezés. Kémia: pH-számítás.	
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.		
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).		
Exponenciális és logaritmusos egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet mintaként történő felhasználása új helyzetben.		

Tematikai egység / Fejlesztési cél		Sorozatok, pénzügyi számítások, határérték	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A számsorozat fogalma.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Informatika: problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.		
Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Számtani közép tulajdonság. <i>Matematikatörténeti ismeretek gyarapítása: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.		
Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Mértani közép tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris folyamat és a mértani sorozat mint exponenciális folyamat összehasonlítása.	Fizika, kémia, biológia, földrajz, történelem, társadalomismeret: exponenciális folyamatok vizsgálata.	
Rekurzív sorozatok <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Egyszerű rekurziók felállítása és megoldása. Alkalmazások: Fibonacci-sorozat, törlesztőrészlet.		
Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.		

<p>Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.</p> <p>Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek.</p> <p>Rendőrelv.</p>	<p>Sorozatok tulajdonságait megállapíthatjuk alkalmas tételek felhasználásával is.</p> <p>Szükséges és elégséges feltétel.</p>	
<p>Műveletek konvergens sorozatokkal.</p>	<p>Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke.</p>	
<p>Nevezetes sorozatok határértéke.</p> <p>q^n és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.</p>	<p>A határértékek megsejtése.</p>	
<p>Cantor-axióma.</p> <p><i>Matematikatörténet: axióma és tétel közötti különbség.</i></p>	<p>Az axióma ismerete lehetőséget nyújt az irracionális számok megalkotására, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítására.</p>	
<p>Végtelen mértani sor.</p> <p><i>Matematikatörténet: Zénón paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.</i></p> <p>Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor.</p>	<p>A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.</p>	<p>Ember és társadalom (filozófia): az emberi megismerés lehetősége, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.</p>
<p>Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak megismerése (törlesztőrészlet, kamat, THM, gyűjtőjáradék).</p>	<p>A problémához illeszkedő matematikai modell választása.</p> <p>A tanult ismeretek felhasználása (logaritmus, százalékszámítás).</p> <p>Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és</p>	<p>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p>

	<p>összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.</p> <p>Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelőssége.</p>	
--	---	--

Tematikai egység / Fejlesztési cél	Függvény fogalma, függvénytulajdonságok, határérték	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Új problémák megoldása új módszerekkel. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A tanult függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$. Függvények leszűkítése és kiterjesztése.	Tudatos megfigyelés változó szempontok és feltételek szerint.	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Fizika, kémia: radioaktivitás. Földrajz: a társadalmi- gazdasági tér szerveződése és folyamatai.
A logaritmusfüggvények vizsgálata.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	
Inverz függvények.	Függvény és inverzének grafikonja a koordináta- rendszerben.	
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon,	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	

<p>illetve az értelmezési tartomány minden pontjában.</p>		
<p>Függvények</p> <ul style="list-style-type: none"> • véges helyen vett véges; • véges helyen vett végtelen; • végtelenben vett véges; • végtelenben vett végtelen határértéke. 	<p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói.</p> <p>A határérték és a folytonosság kapcsolata.</p> <p>A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.</p>	

Tematikai egység / Fejlesztési cél		Differenciálszámítás	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Új problémák megoldása új módszerekkel. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg, szorzat, hányados és összetett függvények deriváltja.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása, függvénydiskusszió. Gyakorlati szélsőérték problémák megoldása.	Szélsőérték-feladatok a fizikában, biológiában, közgazdaságban.	

Tematikai egység / Fejlesztési cél		Integrálszámítás alapjai	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Új problémák megoldása új módszerekkel		
Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet: Riemann munkássága.</i></p>		Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	
Az integrálfüggvény értelmezése.		A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedeztetése.	
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.		Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	
Integrálási módszerek.		Módszer a $f(ax+b)$ és az $f''(x) \cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	
<p>Newton – Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet: Newton munkássága.</i></p>		A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.

Tematikai egység / Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	A középszintű érettségire való felkészítő tananyag ismerete	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Matematikai logika, halmazok		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Filozófia: logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	

Számтан, algebra		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Életvitel, gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Természettudományok, társadalomtudományok: képletek használata.
Egyenletek és egyenlőtlenségek. (Első- és másodfokú, négyzetgyökös, abszolútértékes, exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus.)	Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztásának képessége. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfokú, abszolútértékes, exponenciális, logaritmusos).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	Fizika, kémia, biológia, földrajz, társadalomismeret: matematikai modellek.
Geometria		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		

Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Szimmetriák a modern művészetekben.
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, valamint oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, valamint oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése.	
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténeti ismeretek gyarapítása: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</i>		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői.	Geometria és algebra összekapcsolása.	

Matematikatörténeti ismeretek gyarapítása: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.		
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Természetes és mesterséges objektumok környezetünkben (építészet, természetalakítás).
Felszín- és térfogatszámítás.		
Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$, $c \cdot f(ax + b) + d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	
Integrálszámítás.	Terület- és térfogat-számítási feladatok.	
Sorozatok és tulajdonságai.	Sorozatok jellemzése.	

Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Fizika, kémia, biológia, földrajz, társadalomismeret: matematikai modellek.
Valószínűség-számítás, statisztika		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Életvitel és gyakorlat, biológia: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A 13. ÉVFOLYAM VÉGÉN

Számтан, algebra

- A középszinten túlmutató nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása
- A gyökvonás azonosságainak (n-edik gyök is) bizonyítása és alkalmazása
- A középszinten túlmutató egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása

Összefüggések, függvények,

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A középszinten túlmutató alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése exponenciális folyamatokhoz
- A tanulók tudják a függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos és a szakmai tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.
- A határérték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Függvény folytonosságának ismerete
- Differenciálszámítás ismerete és alkalmazása
- Az integrálszámítás alapjainak lefektetése
- Az új függvények ismerete és jellemzése során legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a tanulók a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton–Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.

Sorozatok

- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások a szakmai tantárgyak esetén
- Középértéktételek és a köztük lévő összefüggések ismerete

Matematikai logika, halmazok

- Halmazműveletek alkalmazása
- Bizonyítási módszerek megismerése, a megfelelő módszer kiválasztása és alkalmazása
- Számhalmazok kiterjesztése
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket fogalmak meghatározásakor, állítások megfogalmazásában.
- A gráf ne csak matematikai fogalomként szerepeljen tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni és készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai elemzését.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, a pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Geometria

- Síkbeli és térbeli alakzatok komplex alkalmazása feladatokban
- Trigonometriai ismeretek bővítése
- A tanult ismeretek segítségével térbeli látásmódjuk fejlődjön, tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.